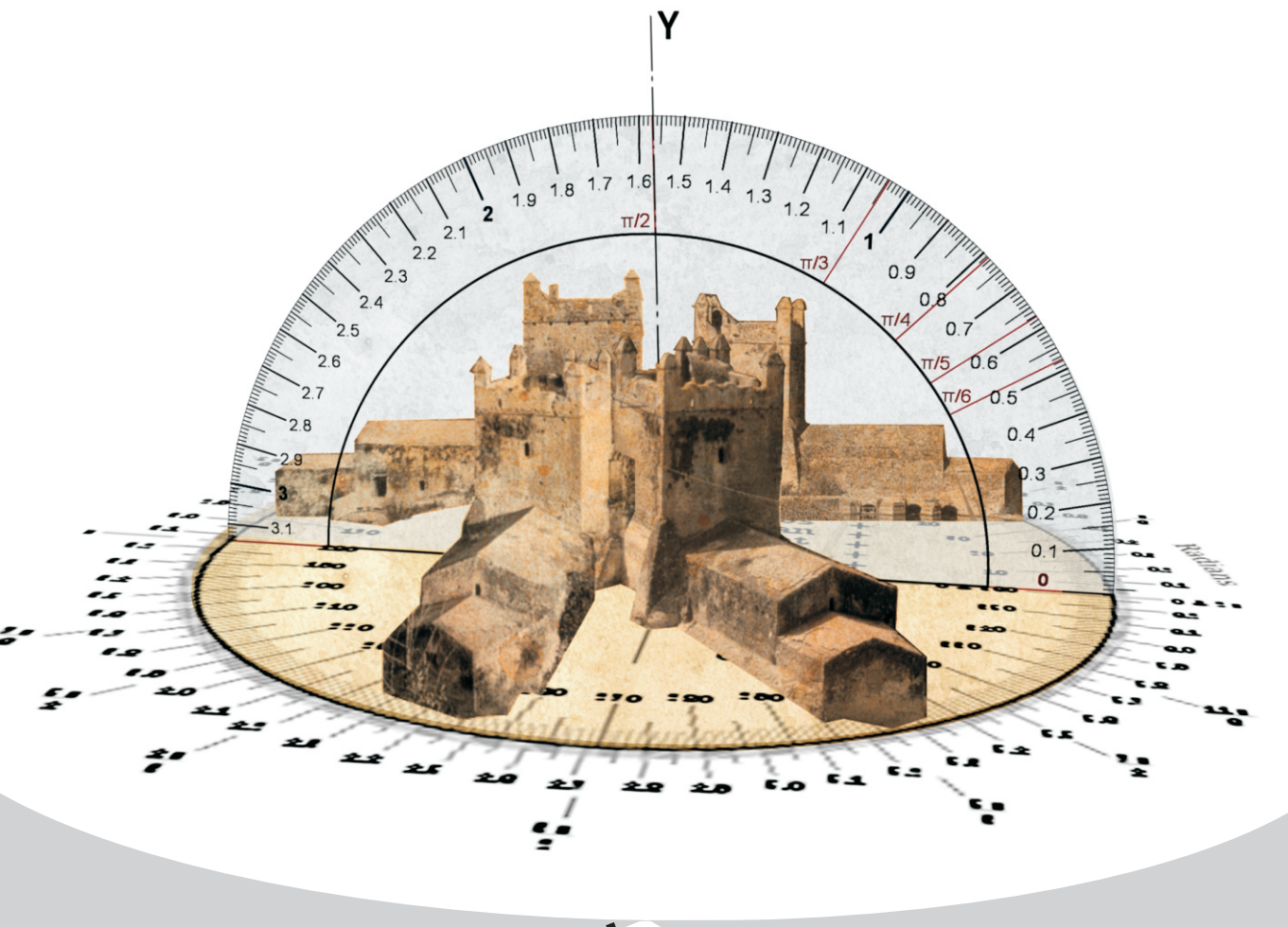
Esther Capitán Rodríguez - Mª Amparo Jiménez Oliveros




# ALCALÁ de Guadaira VISTA DESDE LA TRIGONOMETRÍA

alcalaeduca
movilización educativa local

# *Alcalá de Guadaíra vista desde la Trigonometría*

AUTORAS
Esther Capitán Rodríguez
Mª Amparo Jiménez Oliveros

Profesoras del Departamento de Matemáticas
del Instituto de Educación Secundaria “Albero”
de Alcala de Guadaíra (Sevilla)

Agradecimientos:

A Alberto Galvarro Madiedo por cedernos la idea inicial para este proyecto.

A José Luis Gutiérrez Jiménez por confeccionar el primer teodolito con el que se nos abrió el camino.

A todos los alumnos participantes en esta actividad por el interés e entusiasmo demostrado en ella.

A José Manuel Sánchez Galvarro por su ayuda en la maquetación y diseño del libro.

A Javier Hermida Ruiz por su apoyo y colaboración en este proyecto.

Al IES Albero por darnos su apoyo y coordinar la edición de este libro.

Al CEP de Alcalá de Guadaíra por su colaboración y en la distribución de este libro por los Centros de Enseñanza Secundaria de Alcalá de Guadaíra.

Autoras: Esther Capitán Rodríguez
María Amparo Jiménez Oliveros

Edita: Fundación Alcalá Innova

Coordinador de la edición: IES Albero

Maquetación: Las autoras

Portada: Javier Hermida Ruiz

Impresión: Gráficas del Águila

ISBN: 978-84-614-3368-1

Depósito Legal: SE 6026-2010

Año de publicación: 2010

# PRESENTACIÓN

La Trigonometría es uno de los capítulos de las matemáticas que suelen volverse esquivos y trabajosos para los estudiantes. Tal vez sea por su nomenclatura (letras y números juntos) o tal vez por su intrigante formulación (coordenadas, grados, tablas, ángulos…), todo ello, además, alejado de la doméstica e infalible aritmética. La arisca trigonometría sólo se hace comprensible cuando se nos revela su formidable aplicación práctica. Es entonces cuando se nos vuelve evidente e, incluso, imprescindible. El presente trabajo es una lúcida demostración de cómo conseguirlo.

Las autoras de este proyecto, Míriam Amparo Jiménez y Esther Capitán, profesoras de matemáticas del IES Albero, atraparon con entusiasmo una antigua idea del departamento al que pertenecen y lo pusieron en marcha en el curso 2009-2010. Apenas comenzada la tarea, y una vez resueltos los problemas logísticos (dónde conseguir planos y alzados, cómo hacer un teodolito casero, cómo distribuir los grupos de trabajo, etc.) se dieron cuenta del enorme potencial de la empresa en la que se habían empeñado. Los fascinados alumnos y alumnas descubrían la magia contenida en los enrevesados cálculos de sus pizarras, aplicaban sus conocimientos en cuestiones prácticas y resolvían problemas a través de estrategias elaboradas por ellos mismos. Al mismo tiempo, se acercaban a torres legendarias y a molinos milenarios para conquistarlos, quién lo iba a decir, con un instrumento fabricado en casa.

El milagro del aprendizaje es una revelación emocionante cuando se palpa y se constata en directo. Así lo han vivido los alumnos del IES Albero que han participado en este trabajo, y las profesoras que lo han dirigido. Ahora es el momento de contagiar al mayor número posible de alumnos y profesores de Alcalá. Os animamos a ello, a todos los que apreciáis el valor del conocimiento y la trascendencia de nuestro patrimonio, con una propuesta factible y bien elaborada, una idea tan sencilla como brillante.

Javier Hermida Ruiz
Director del IES Albero

A nuestras familias por el tiempo robado.

# ÍNDICE

1.- JUSTIFICACIÓN

2.- INTRODUCCIÓN HISTÓRICA

3.- INTRODUCCIÓN HISTÓRICA A LA TRIGONOMETRÍA

4.- CONTENIDOS TRIGONOMÉTRICOS

5.- ACTIVIDADES DE TRIGONOMETRÍA

6.- ACTIVIDAD DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN

6.1. Construcción del Teodolito.
6.2. Rutas “Castillo y Molinos”
6.3. Actividades de medidas

7.- EXPERIENCIA

8.- ANEXOS

8.1. Teoría de errores.
8.2. Thales de Mileto.
8.3. Planos Molino La Tapada
8.4. Planos Molino El Algarrobo

# 1

# JUSTIFICACIÓN

# JUSTIFICACIÓN

Todos los profesores de Matemáticas cuando estudiamos la Trigonometría Plana, insistimos a nuestros alumnos en que ésta se aplica continuamente para medir. Nuestros problemas están llenos de situaciones con datos que parecen directamente extraídos de casos reales.

Con este libro pretendemos dar a conocer la experiencia llevada a cabo con nuestro alumnado para estudiar la trigonometría a partir de las mediciones realizadas directamente en distintos monumentos de Alcalá como el Castillo y los Molinos de nuestro pueblo. De esta manera, facilitaremos un material al profesorado de Matemáticas que les permitirá trabajar los contenidos trigonométricos utilizando elementos de nuestro patrimonio histórico y cultural.

Este libro consta en primer lugar de un breve resumen histórico de Alcalá , el Castillo y algunos de sus Molinos. Por otro lado facilitamos una introducción histórica de la trigonometría y un esquema de las distintas fórmulas trigonométricas así como una batería de problemas para asimilar los contenidos.

A continuación les presentamos una actividad de innovación e investigación que motivarán sin lugar a dudas al alumnado y profesorado. El propio alumno/a será quien recoja los datos, se plantee cómo obtenerlos y resuelva el problema.

La motivación aumenta a la hora de ser los propios medidores manejando los distintos instrumentos de medida que han constrído.

De esta manera, conseguiremos que el alumnado conozca mejor su pueblo y sea consciente de la perspectiva histórica de nuestro pueblo, viendo su dimensión socia,l cultural, así como la importancia y presencia de las matemáticas en nuestro entorno. Con esta actividad establecemos conexiones entre el currículo de Matemáticas y el de Geografía e Historia.

Concluimos con varios anexos que complementan el presente proyecto.

# JUSTIFICACIÓN

A través de este proyecto esperamos conseguir los siguientes objetivos:

- Introducción al concepto de razón trigonométrica y sus definiciones.

- Cálculo de razones trigonométricas de ángulos agudos.

- Aproximación a las relaciones entre razones trigonométricas.

- Introducción a la resolución de triángulos

- Construir un medidor de ángulos.

- Diseñar estrategias que permitan, con el teodolito, medir distancias y ángulos.

- Resolver problemas en el que los datos son reales y tomados por los propios alumnos.

- Utilizar los conocimientos geométricos para efectuar mediciones indirectas relacionadas con situaciones de nuestro patrimonio.

- Conocer las aportaciones trigonométricas realizadas por distintos matemáticos a lo largo de la historia.

- Criticar los resultados obtenidos por su grupo y por los demás grupos.

- Ratificar al alumno en la certeza de la utilidad de las matemáticas.

- Conocer el patrimonio artístico de su propio pueblo.

- Facilitar el conocimiento de la realidad andaluza a través de su pueblo.

- Conocer las causas y consecuencias de hechos y procesos históricos significativos de nuestro pueblo.

- Conocer la influencia de la cultura árabe en nuestro entorno.

- Entender la importancia que tuvo la cultura de la molinería en nuestro pueblo.

# 2

# INTRODUCCIÓN HISTÓRICA

# INTRODUCCIÓN HISTÓRICA

Alcalá de Guadaira se localiza en el cuadrante suroccidental de la provincia de Sevilla, siendo limítrofe con el término de la capital. En el año 2010 ha sobrepasado la barrera de los 70.000 habitantes. Al ser en parte una ciudad dormitorio cuenta también con amplia población flotante. Su extensión superficial es de 287 km² . Sus coordenadas geográficas son 37º 20' N, 5º 51' O. Se encuentra situada a una altitud de 46 metros y a 16 kilómetros de la capital de provincia,

Según algunos autores, la fundación de esta localidad se debe a los griegos, que la denominarían Hienipa. También debió aquí existir un campamento militar ibérico y la villa romana de Ordo Hinipiensis, sobre cuyos restos se reconstruyen en época almohade el castillo y las murallas. Su nombre actual procede de la expresión árabe Al-Kalat Wad Ayra, que significa "castillo del río de abastos". Alcalá es conquistada por el rey Fernando III a mediados del siglo XIII, pasando a depender de la ciudad de Sevilla. El emplazamiento originario se sitúa sobre una colina de forma alargada, rodeada al sur por una fuerte pendiente que desciende hacia el río Guadaíra. Conviene destacar la existencia de un manantial en la ladera occidental y de varias cuevas.

Durante la dominación romana, el cerro, situado en el extremo sur occidental del núcleo actual, estaría ocupado por un asentamiento militar. Este carácter continúa en época musulmana, pero a medida que progresa la explotación agraria de las tierras circundantes, se va asentando población civil en la parte oriental de la colina, creando una auténtica estructura urbana y llegando a su colmatación a mediados del siglo XIII. El aumento de la población propicia el primer arrabal en la ladera sur del cerro primitivo y a lo largo de los caminos que conectan las puertas con el viejo puente romano.

Tras la toma de Granada a finales del siglo XV, desaparece de forma definitiva el carácter de asentamiento militar y se inicia la despoblación de la ciudad alta.

# INTRODUCCIÓN HISTÓRICA

Alcalá se expande hacia el este ocupando la ladera, a lo largo de los nuevos ejes direccionales del crecimiento urbano, las calles Alcalá Orti y Nuestra Señora del Aguila. A principios del siglo XVI, el centro de la población se sitúa ya al este del cerro. El incremento de población impulsa también la urbanización del espacio al sur de la calle Nuestra Señora del Aguila, donde se crean dos calles paralelas, convirtiendo a aquella vía en verdadero eje urbano del nuevo centro histórico, cuyos límites meridionales son la antigua carretera Sevilla-Málaga, el ferrocarril y el río. Durante el siglo XIX se van colmatando los vacíos urbanos creados por el desarrollo lineal hacia el este, produciéndose aperturas de calles transversales y asentamientos de borde al norte de las iglesias de Santiago y de San Sebastián.

En el siglo XX se produce un importante aumento demográfico, que trae como consecuencia un gran crecimiento urbanístico. Se canaliza hacia el norte y el este, tomando como base la prolongación del primitivo eje que parte de la iglesia de Santiago y que va curvándose paulatinamente hacia el norte, la continuación del eje central que parte de la plaza del Ayuntamiento (calle Nuestra Señora del Aguila) y la extensión del borde meridional en paralelo al río y hacia el este. Los distintos sectores se van colmatando de edificaciones, siendo más importante el desarrollo septentrional (estructurado en parte por el eje de la calle Silos y que llega hasta el mismo límite que supone el trazado de la nueva Autovía del 92) que el oriental, producido a lo largo de la vía que une el asentamiento primitivo con la plaza de toros, en dirección a Carmona. Por primera vez se producen también asentamientos al otro lado del río, ocupando la colina de Oromana con urbanizaciones de viviendas unifamiliares aisladas (Pinares de Oromana, La Juncosa, Campo de los Pinos, Las Lomas) y construyéndose un nuevo puente paralelo al romano.

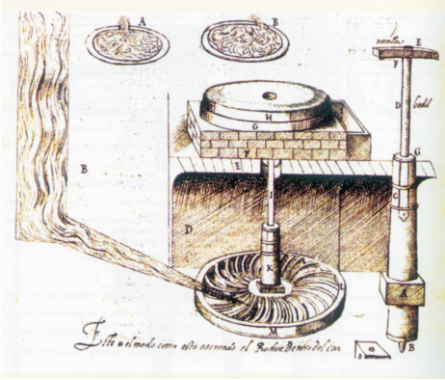
En la margen septentrional de la A-92 se localizan diversas instalaciones industriales. Alcalá es un municipio en el que tiene gran importancia el sector secundario. Zonas como Hacienda Dolores, Alcalá Norte, Pantaleón y El Cruce suman alrededor de 140 has. de suelo industrial, además de los polígonos de San Nicolás, Fridex, La Red, Polysol y El Chaparral.

# INTRODUCCIÓN HISTÓRICA

**Sus molinos**

Una de las señas de identidad más genuinas de Alcalá de Guadaíra, y de la comarca de Los Alcores, son sus molinos.

En Alcalá hay que distinguir, básicamente, tres tipos de molinos: los de azuda, los de cubo o acequia y los de sangre. Los dos primeros son molinos hidráulicos donde la disposición de la rueda sobre la que actúa la fuerza de las aguas del río o arroyo es la horizontal al cauce y son denominados" de rodezno".

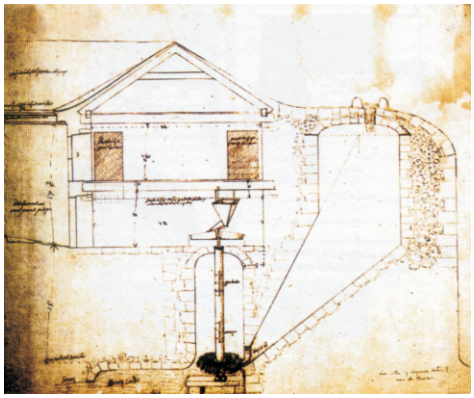


Sistema de Rodezno

Interior de Benarosa

Los primeros se sitúan en el río Guadaíra y canalizan el agua mediante una represa que la encauza por un canal hacia el interior del molino, generándose, de esa forma, la fuerza suficiente para mover las palas del "rodezno". E n la actualidad quedan siete de los diecinueve que existieron: La Aceña, Benharosa, San Juan, El Algarrobo, Realaje, Pelay Correa y Cerrajas.

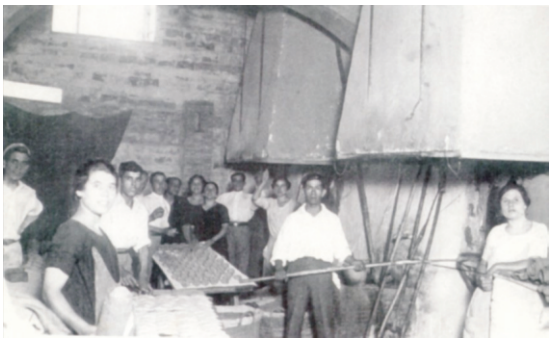
Los segundos aprovechan una caída de agua proveniente de un arroyo o fuente, que es conducida por una "atarjea" hacia un "cubo", deposito en altura, cuya finalidad es dar mas velocidad al chorro que actúa sobre los rodeznos consiguiendo la misma potencia con menos cantidad de agua De los treinta y seis molinos de cubo que había a principios del siglo XIX en Alcalá, hoy quedan diez: Tragahierro, Pared Alta, La boca, Granadillo, Hornillo, Pasadilla, La Tapada, Oromana, Gandul, La Mina.



La Tapada

# INTRODUCCIÓN HISTÓRICA

Los molinos de sangre se localizan en panaderías o casas-hornos, la fuerza es generada por bestias o personas.



La antigüedad de los molinos se remonta a la época de los griegos aunque la mayoría son árabes. Entre los siglos XV y XVI se citan en Alcalá 40 molinos. Según León Serrano, a principios del siglo XVIII existían 150 molinos de este tipo en nuestra localidad.

Durante el primer cuarto del siglo XX con los nuevos sistemas de producción y redirección de la producción a las fábricas, terminó con su hundimiento definitivo.

Enfrente del Molino del Algarrobo se construyó la única fábrica Harinera de Alcalá mixta, fábrica de Harina de San Francisco. Se denomina mixta ya que ésta poseía una capacidad de molienda mixta: por un lado, piedras movidas por el agua del río y, por otro, máquinas molineras. Esto supuso una innovación con el desarrollo industrial. Contaba con su propio generador, un manantial de agua que aseguraba el suministro y que era una de las claves de la calidad de su producción e incluso contaba con un apeadero para el tren que pasaba justo al lado.

La fábrica Harinera del Guadaíra se puso en funcionamiento en 1934. Tenía como objetivo industrializar la producción de este alimento manteniendo la calidad que ofrecía la que se producía en los molinos del río Guadaíra, pero en una cantidad mucho mayor. Se trata de un edificio totalmente autosuficiente. Estuvo en funcionamiento hasta 1992. La Harinera del Guadaíra será reconvertida en centro turístico tras una importante reforma estructural que le devuelva su imagen original. Ésta conserva en perfecto estado toda su maquinaria y aparejos, los cuales permitirán ver como se elabora el pan artesanal.

# 3

# INTRODUCCIÓN HISTÓRICA DE LA TRIGONOMETRÍA

# INTRODUCCIÓN HISTÓRICA DE LA TRIGONOMETRÍA

La Geometría es la rama de las matemáticas que se preocupa de las propiedades del espacio. En su forma más elemental, la geometría se preocupa de problemas métricos como el cálculo del área y diámetro de figuras planas y de la superficie y volúmenes de cuerpos sólidos. Otros campos de la geometría son la geometría de espacio con cuatro o más dimensiones, geometría fractal y geometría no euclidiana. Ésta fue apareciendo a través de un lento proceso de abstracción de las formas de la Naturaleza, las cuales estaban idealizadas. Así, fueron apareciendo los conceptos de recta, curva, círculo, triángulo, superficie, volumen. Este proceso de observación se vio estimulado por la necesidad de controlar la Naturaleza, de servirse de ella. Se cree que la geometría surgió a orillas del río Nilo, cuando se tuvo la necesidad de medir las tierras de labranza después de las crecidas para poder fijar el impuesto a pagar al faraón.

La Trigonometría es la rama de las matemáticas que estudia las relaciones entre los lados y los ángulos de los triángulos. Las primeras aplicaciones de la trigonometría se hicieron en los campos de la navegación, la geodesia y la astronomía, en las que el principal problema era determinar una distancia inaccesible, como la distancia entre la Tierra y la Luna, o una distancia que no podía ser medida de forma directa.

El origen de la Trigonometría lo situamos en Babilonia y Egipto. Los babilonios y los egipcios (hace más de 3000 años) fueron los primeros en utilizar los ángulos de un triángulo y las razones trigonométricas para efectuar medidas en agricultura y para la construcción de pirámides. También se desarrolló a partir de los primeros esfuerzos hechos para avanzar en el estudio de la astronomía mediante la predicción de las rutas y posiciones de los cuerpos celestes y para mejorar la exactitud en la navegación y en el calculo del tiempo y los calendarios.

El estudio de la trigonometría pasó después a Grecia, en donde se destaca el matemático y astrónomo Griego Hiparco, por haber sido uno de los principales desarrolladores de la Trigonometría. Las tablas de “cuerdas” que construyó fueron las precursoras de las tablas de las funciones trigonométricas de la actualidad.

Desde Grecia, la trigonometría pasó a la India y Arabia donde era utilizada en la Astronomía. Y desde Arabia se difundió por Europa, donde finalmente se separa de la Astronomía para convertirse en una rama independiente que hace parte de la matemática.

En el siglo XIII, a través de la obra de Fibonacci y de las traducciones realizadas en Toledo, las matemáticas árabes llegaron a Europa y, con ellas, la trigonometría. En el s. XV, fue el matemático y astrónomo alemán Johann Müller, quien realizó el primer trabajo importante en esta materia. Durante el siguiente siglo otro astrónomo alemán, Georges Joachim, introdujo el concepto moderno de funciones trigonométricas como proporciones en vez de como longitudes de ciertas líneas.

# INTRODUCCIÓN HISTÓRICA DE LA TRIGONOMETRÍA

Ya en el S.XVI el matemático francés François Viete incorporó en su libro "Canon matemáticas" el triangulo polar en la trigonometría esférica, y encontró formulas para expresar las funciones de ángulos múltiples en función de potencias de las funciones de los ángulos simples.

A principios del S.XVII se produjo un gran avance en los cálculos trigonométricos gracias al matemático escocés John Napier, que fue el inventor de los logaritmos. También encontró reglas nemotécnicas para resolver triángulos esféricos, y algunas proporciones para resolver triángulos esféricos oblicuos, llamadas analogías de Napier.

Medio siglo después, el genial Isaac Newton inventó el cálculo diferencial e integral, logrando así representar muchas funciones matemáticas mediante el uso de series infinitas de potencias de la variable x.

# INTRODUCCIÓN HISTÓRICA DE LA TRIGONOMETRÍA

## El origen de los mapas

Podemos observar los mapas antiguos, cuando no se habían implantado los Vértice Geodésicos. Para ello nos tenemos que remontar, sin duda, a Ptolomeo.

CLAUDIO PTOLOMEO, astrónomo, matemático y geógrafo egipcio del siglo II de la era cristiana, nace en Tolemaida Hermia (en el Alto Egipto), alrededor del año 100, y vive y trabaja en Alejandría. Es allí donde Ptolomeo sistematizó y perfeccionó toda la astronomía de los cinco siglos anteriores y por sus grandes trabajos a la astronomía alejandrina se le ha denominado astronomía ptolemaica. Inventó una trigonometría, tan completa, que sobrevivió todo el período de la Edad Media.

A partir de su teorema: "La suma de los productos de los lados opuestos de un cuadrilátero cíclico es igual al producto de las diagonales", logró desarrollar la siguiente expresión trigonométrica:

$$\text{sen}\,(A \pm B) = \text{sen}\,A \cdot \cos B \pm \text{sen}\,B \cdot \cos A$$

Ptolomeo expuso su doctrina en los trece libros de su «Gran composición matemática», que recibió de los traductores árabes el título consagrado de «Almagesto». Ningún escrito astronómico de la Antigüedad tuvo éxito comparable a la obra de Ptolomeo, cuyos principios permanecieron indiscutidos hasta el Renacimiento. Además, fue con Eratostenes y Estrabon (63 aC. - 24 dC.), uno de los eminentes geógrafos de la Antigüedad.

Para representar la superficie esférica del globo sobre una superficie plana, creó un sistema de proyecciones: los paralelos son círculos con el centro en el Polo Norte; los meridianos, líneas rectas que convergen en el Polo. La imagen que Ptolomeo forjaba de tierras lejanas es, sin duda, fantástica, mientras que la descripción de la cuenca del Mediterráneo revela la exactitud, notable para la época, de sus fuentes, que son mapas militares del Imperio Romano.

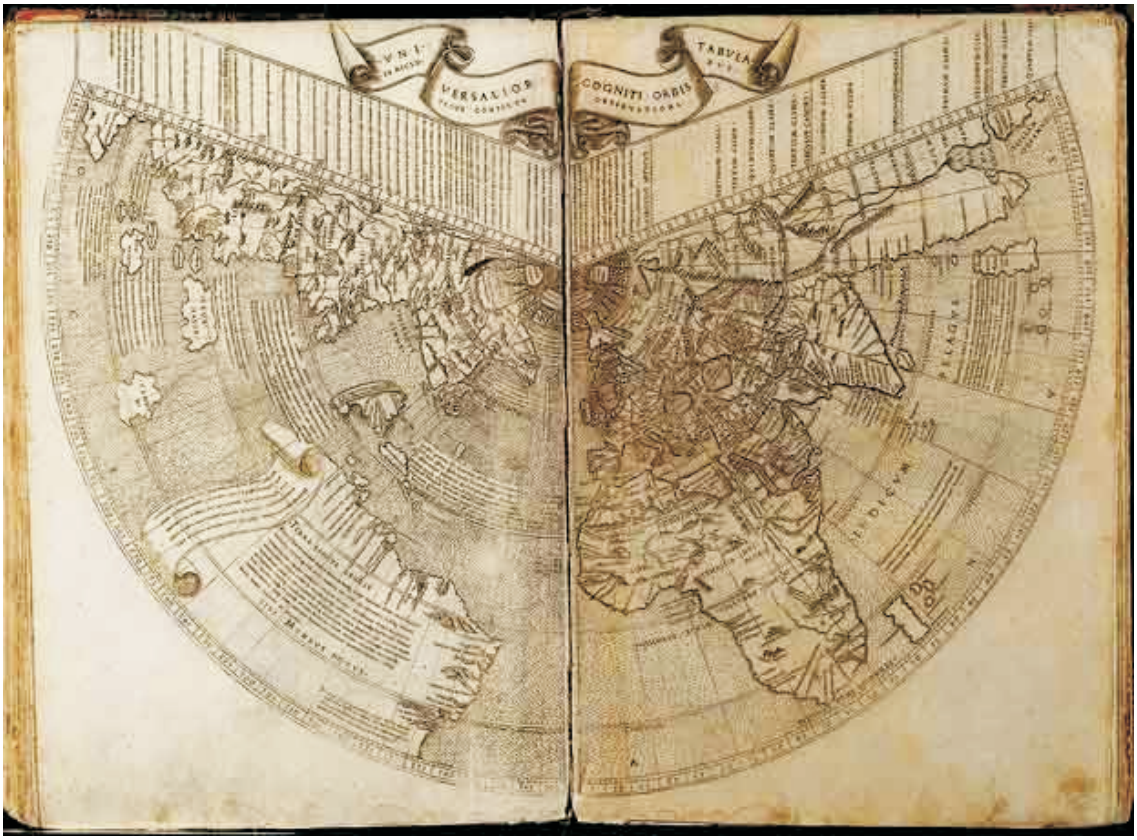
Ptolomeo fue el autor del primer atlas universal, su mapa fue reproducido muchas veces incluso en los siglos XV y XVI ya que en Occidente no fue conocido hasta el año 1.477. El atlas de Claudio Ptolomeo fue el que utilizó Cristóbal Colón para proyectar su viaje del descubrimiento.

# INTRODUCCIÓN HISTÓRICA DE LA TRIGONOMETRÍA

Considerando las dificultades y las limitaciones de la antigüedad, no podemos por menos que admirar el genio de los griegos.

Ptolomeo marca el punto culminante de la Cartografía del mundo antiguo, además de este atlas, ideó una teoría sobre el movimiento de los planetas y realizó un catálogo de ESTRELLAS.

Con las obras de Ptolomeo se trata de atender algo fundamental para nosotros, que no compete sólo al astrónomo, sino al geógrafo, la descripción de la Tierra. No le interesaba una geografía de carácter físico o político, sino de su relación con la cartografía.




*Claudio Ptolomeo*
*Geographiae Liber (Roma, 1508; n. 97)*

# INTRODUCCIÓN HISTÓRICA DE LA TRIGONOMETRÍA

Llegados a este punto no podemos dejar de mencionar al cartógrafo Mercator, vivió entre los años 1.512 y 1.594 pero su obra no fue publicada hasta después de su muerte.

Mercator fue el auténtico revolucionario de la cartografía, él crea una proyección para hacer mapas que lleva su nombre y hoy la cartografía moderna utiliza las coordenadas que se obtienen desde los vértices geodésicos, las conocidas como coordenadas UTM, cuyo significado es Universal transversa del Mercator.

# 4

# CONTENIDOS TRIGONOMÉTRICOS

# CONTENIDOS TRIGONOMÉTRICOS

A continuación introducimos contenidos trigonométricos para realizar las actividades de desarrollo y así poder asimilar los conceptos y procedimientos de la unidad que se ubica según el RD1631 en el bloque de Geometría.

## DEFINICIÓN DE ÁNGULO Y SUS UNIDADES DE MEDIDA

Se define ángulo como la porción de plano determinada por dos semirrectas con origen común. Un ángulo se mide generalmente en grados sexagesimales o en radianes.

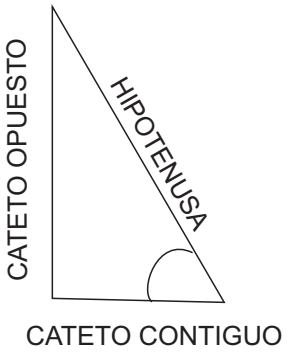
1 Grado sexagesimal, la 360-aba parte de la circunferencia.

1 Radián, la porción, de una circunferencia de radio r cuyo arco mide r.

Equivalencia grado-radian: $\pi rad \quad 180^{o}$

La costumbre de medir los ángulos en grados, proviene de los babilonios que dividieron el ciclo anual en 360 partes, así, el arco recorrido en un día era casi un grado. Y esta forma de medición ha perdurado hasta nuestros días.

## RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO




$$sen \quad \frac{Cateto\ opuesto}{Hipotenusa} \qquad \cos ec \quad \frac{1}{sen}$$

$$\cos \quad \frac{Cateto\ contiguo}{Hipotenusa} \qquad \sec \quad \frac{1}{\cos}$$

$$\tan \quad \frac{Cateto\ opuesto}{Cateto\ contiguo} \qquad \cot g \quad \frac{1}{tg}$$

Teorema Fundamental de Trigonometría

$$sen^2 \quad \cos^2 \quad 1$$

Demuestra el teorema anterior con ayuda del teorema de Pitágoras.

Propiedad:

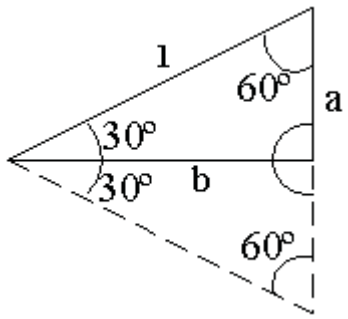
$$\tan \quad \frac{sen}{\cos}$$

# CONTENIDOS TRIGONOMÉTRICOS

## CÁLCULO EXACTO DE LAS RAZONES DE LOS ÁNGULOS DE 30º, 45º y 60º

Al duplicar el triángulo como indica la figura, resulta otro triángulo con los 3 ángulos iguales (de 60º), es decir, resulta un triángulo equilátero. Por tanto, a= 0.5

Razones trigonométricas de 30º:

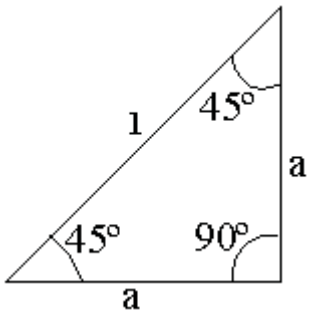



$$\text{sen}30^\circ \quad \frac{a}{1} \quad \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ \quad \sqrt{1^2 \quad \frac{1}{2}^{\,2}} \quad \sqrt{\frac{3}{4}} \quad \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{tg}30^\circ \quad \frac{1}{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Razones trigonométricas de 45º




$$a^2 \quad a^2 \quad 1 \qquad 2a^2 \quad 1 \qquad a \quad \sqrt{\frac{1}{2}} \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{sen}45^\circ \quad \frac{a}{1} \quad \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45^\circ \quad \frac{a}{1} \quad \frac{\sqrt{2}}{2}$$

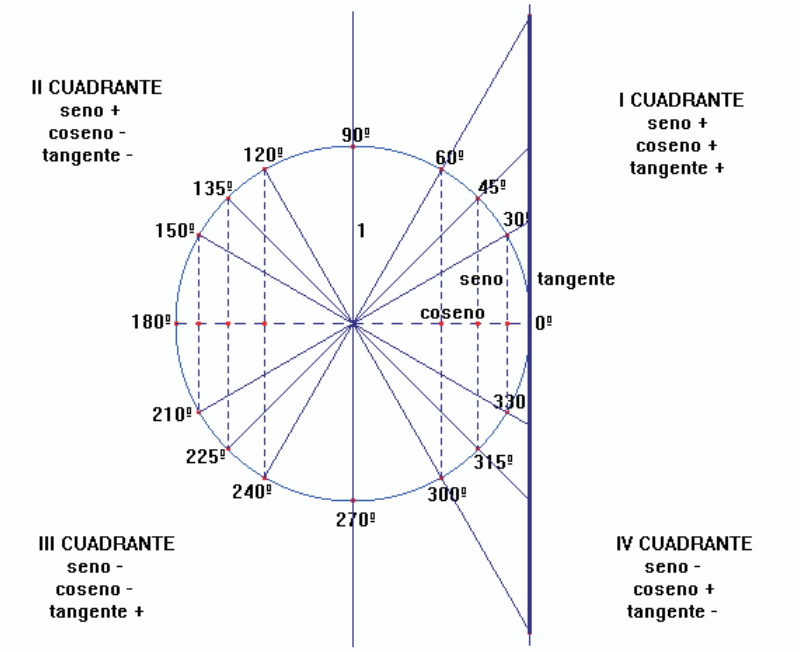
$$\text{tg}45^\circ \quad \frac{a}{a} \quad 1$$

Razones trigonométricas de 60º

$$\text{sen}60^\circ \quad \cos 30^\circ \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \cos 60^\circ \quad \text{sen}30^\circ \quad \frac{1}{2} \qquad \text{tg}60^\circ \quad \frac{\sqrt{3}}{2} : \frac{1}{2} \quad \sqrt{3}$$

# CONTENIDOS TRIGONOMÉTRICOS

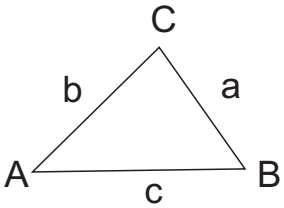
## CIRCUNFERENCIA UNIDAD




## RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS NO RECTÁNGULOS

Teorema del seno

$$\frac{a}{sen(\hat{A})} \quad \frac{b}{sen(\hat{B})} \quad \frac{c}{sen(\hat{C})}$$




Teorema del coseno

$$a^2 \quad b^2 \quad c^2 \quad 2bc\cos(\hat{A})$$
$$b^2 \quad a^2 \quad c^2 \quad 2ac\cos(\hat{B})$$
$$c^2 \quad a^2 \quad b^2 \quad 2ab\cos(\hat{C})$$

## CÁLCULO DE ÁNGULOS: FUNCIÓN ARCO

Arcseno: $sen \quad \frac{1}{2} \quad sen \quad 0{,}5 \quad arcsen 0{,}5 \quad 0{,}5_shift_sen \quad 30^o$

Arccoseno: $\cos \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \arccos\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \frac{\sqrt{2}}{2}_shift_sen \quad 45^o$

Arctangente $tg \quad \sqrt{3} \quad arctg\sqrt{3} \quad \sqrt{3}_shift_tg \quad 60^o$

# 5

# ACTIVIDADES DE TRIGONOMETRÍA

# ACTIVIDADES DE TRIGONOMETRÍA

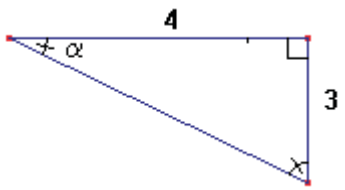
1.-Dibuja los ángulos de 30, 45, /3 rad y /12 rad. Calcula sus razones trigonométricas utilizando la regla. Comprueba los resultados con la calculadora.

2.-La diagonal de un cuadrado mide 5 cm. ¿Cuál es la longitud del lado?

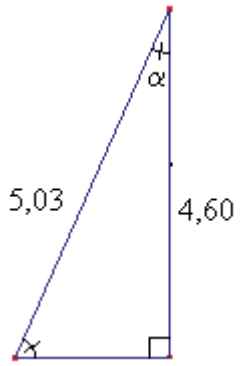
a)Hazlo utlizando el teorema de Pitágoras.
b)Halla ahora el lado aplicando trigonometría.

3.-Calcula las razones trigonométricas de los siguientes triángulos rectángulos.

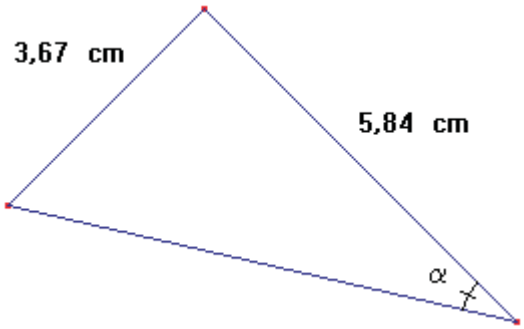
a)



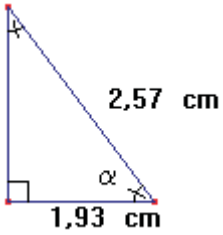

b)




c)




d)




4.-El lado de un triángulo equilátero mide 5 cm. Calcula la altura y el área expresando los resultados de forma exacta mediante raíces

5.-cosA= 1/3. Halla senA y tgA, sabiendo que el ángulo A está en el primer cuadrante.
a)Sin calcular el ángulo
b)Calculando previamente el ángulo
Dibuja el ángulo

6.-Calcula el cosA y tgA, si senA= 0.6 y que el ángulo A está en el primer cuadrante.
a)Sin calcular el ángulo
b)Calculando el ángulo previamente.
Dibuja el ángulo

7.-Si la tg A=1/2. Halla senA y cosA
a)Calculando previamente el ángulo A
b)Sin calcular el ángulo

8.-Un punto del suelo dista 200 m de la puerta de una iglesia y desde él se observa el extremo del campanario 12º por encima de la horizontal. ¿Cuál es la altura del campanario?.

9.-Queremos inscribir un rectángulo en una circunferencia de 20 cm de radio, de manera que la diagonal del rectángulo forme un ángulo de 25º con su lado mayor. Haz un dibujo y calcula las dimensiones que debe tener ese rectángulo.

10.-En cierto momento el Sol, la Tierra y Marte forman un triángulo rectángulo, con el ángulo recto en la Tierra. En ese instante el ángulo TSM es de 49º y la distancia de la Tierra al Sol de 150 millones de km, calcula la distancia de la Tierra a Marte.

11.-La base de un triángulo isósceles mide 54 cm y los ángulos en la base 36º. Halla la altura el triángulo y la longitud de los lados iguales.

12.-Sabiendo que la torre Eiffel mide 300 metros de altura, averigua a qué distancia hay que alejarse para que su extremo se vea, desde el suelo, 20º por encima de la dirección horizontal.

13.-Desde un avión que vuela a 2000 m de altitud se observa el inicio de la pista de aterrizaje de 22º por debajo de la línea horizontal de vuelo.
¿A qué distancia del avión está en el inicio de la pista?

14.-Los lados iguales de un triángulo isósceles miden 10 cm y forman entre sí un ángulo de 20º. Halla el tercero.

15.-Desde un patio se ve el extremo superior de una torreta de la luz levantando la vista un ángulo de 40º. Si nos alejamos en línea recta 20 m sólo hay que levantar la vista 30º para ver la punta de la torreta. ¿Cuál es la altura de la torreta?

16.-Desde un barco que está cerca de la costa se divisa un faro en lo alto de un acantilado. La recta que une el barco en el pie del faro forma un ángulo de 10º con la horizontal. El faro mide 20 m. La recta que une el barco con el extremo superior del faro forma un ángulo de 12º con la horizontal. Determina la altura del acantilado y la distancia del barco a la costa.

17.-Desde un punto en la orilla de un río se ve la copa de un árbol situado justo en la otra orilla, con un ángulo de 35º sobre la horizontal del suelo. Si nos alejamos 2,5 m en línea recta, la copa se observa con un ángulo de 25º. Calcula la anchura del río y la altura del árbol.

18.-Para averiguar la longitud de un tramo recto AB de una línea de ferrocarril, se señaló en el suelo un punto C a 200 m de A y se midieron, con un teodolito los ángulos BAC= 75º y ACB= 95º.

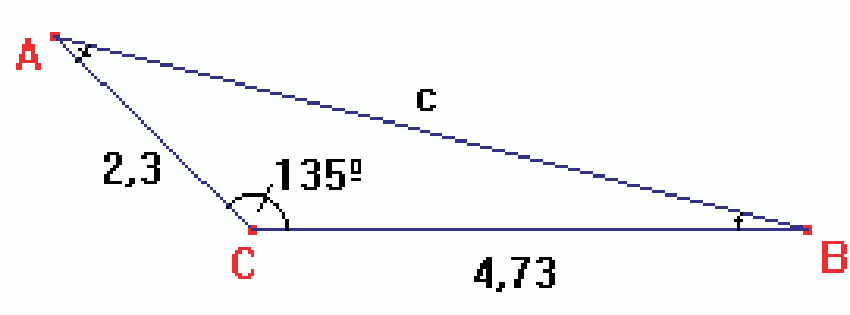
a)Calcula la distancia desde C hasta la línea férrea, en perpendicular.
b)¿Cuánto mide el ángulo ABC? Determina la distancia AB.

19.-Halla el área de un pentágono regular de 6 cm de lado.

20.-¡Penalti! La pelota se sitúa en el punto fatídico a 11 m de la portería , que mide 7,42 m entre poste y poste. El jugador lanza la pelota a ras del suelo 18 grados hacía la derecha de la línea imaginaría que une el punto de penalti con el centro de la portería. El guardameta, engañado se tira hacia el otro lado. ¿Será gol?

21. -Sabemos que el ángulo A pertenece al tercer cuadrante y que senA= - 0,25.
Calcular las demás razones trigonométricas de :
a)Sin calcular el ángulo
b)Calculando previamente el ángulo

22.-Calcular los elementos del triángulo que faltan:




23.-El ángulo que se forma en la intersección de dos caminos es de 68º. La granja A está a 230 m de ese punto, y la granja B, a 435 m. ¿A qué distancia en línea recta está la granja A de la granja B?

24.-Un río tiene las dos orillas paralelas. Desde los puntos P y Q de una orilla, se observa un punto R de la orilla opuesta. Si las visuales forman con la dirección de la orilla ángulos de 40 grados y 50 grados, respectivamente, y la distancia entre los puntos P y Q es 30 metros, determine el ancho del río.

# 6

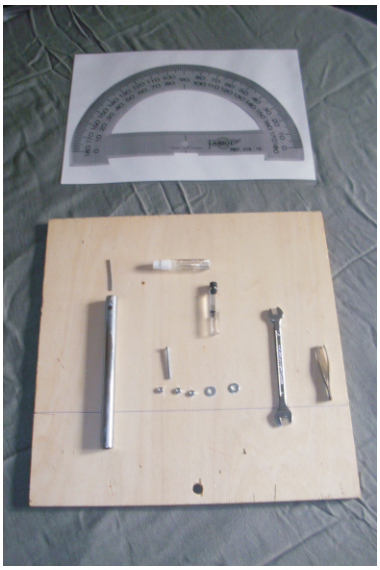
# ACTIVIDAD DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN

# ACTIVIDAD DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN

## 6.1.- Construcción del Teodolito

En colaboración con el Departamento de Tecnología, se puede llevar a cabo la construcción de los teodolitos, debido a la necesidad de herramientas que se encuentran en dicho taller.

Los materiales necesarios para su construcción son :



- Tabla contrachapada rectangular o cuadrada de unos 5 mm de espesor y mínimo 20 cm de lado.
- Imagen transportador de ángulos plastificada en tamaño A4.
- Dos tubos de cristal con agua que hagan el papel de nivel de burbuja.
- Un tubo hueco de 1 cm de diámetro (barra de cortinas).
- Un espárrago o tornillo.
- 2 arandelas.
- 3 tuercas.
- Un alambre fino de unos 3 cm de longitud.
- Pinza.
- Llave fija (según tamaño tuerca).
- Trípode.

### Construcción:

Cortar las tablas contrachapadas de aproximadamente 5mm de espesor con ayuda del material del taller de tecnología, al tamaño A4.

Pegar la semicircunferencia graduada de tal forma que el centro del cuadrado coincida con el de la circunferencia. Si es un rectángulo, el centro de la circunferencia tendrá que coincidir con el punto medio de la base del rectángulo.

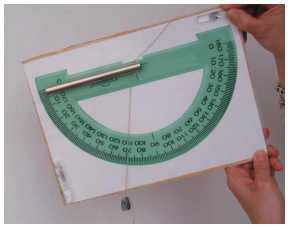
Para fijar el tubo-visor a la tabla, agujerear la tabla con una broca y después usar una broca para metal para agujerear el tubo.

# ACTIVIDAD DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN

Mediante un espárrago o clavo muy fino sujetar el tubo que hace las funciones del anteojo. ¡Cuidado! El tubo tiene que girar, por lo que debe fijarse a la tabla con un espárrago de 2mm de grosor ,tres tuercas  y dos arandelas.  Pegar el alambre fino al tubo con un pegamento fuerte para indicar la medida en el transportador.

En dos esquinas, o en los cantos de la tabla colocar los dos niveles en distintas direcciones, para asegurarte de la horizontalidad del plano.

Acoplar el teodolito a un trípode. Si éste dispone de giros de 180 º tendrá uso tanto horizontal como vertical. En cualquier caso, para el uso vertical se podrá aplicar una plomada como se indica en la imagen.



Un vértice geodésico es una señal que indica una posición exacta y que forma parte de una red de triángulos con otros vértices geodésicos.

En España suelen estar formados por un cilindro de 120 centímetros de altura y 30 de diámetro sustentado en una base cúbica de hormigón, todo ello pintado de blanco. Normalmente están en sitios altos y despejados para poder ver otros puntos, es por ello que suele haber unas buenas panorámicas desde ellos. Desde 1975 están protegidos por la Ley sobre Señales Geodésicas y Geofísicas.

La red española de vértices geodésicos se divide en tres, de primer, de segundo y de tercer orden. La de primer orden está formada por triángulos de lados entre 30 y 70 kilómetros.En la de segundo orden, apoyada en la de primer orden, los lados de los triángulos varían entre los 10 y los 25 kilómetros. La red de tercer orden tiene lados de 5 a 10 kilómetros. Todos los vértices de las redes más grandes son a su vez vértices de las más pequeñas.

Los ingenieros geógrafos los utilizan para hacer la medición de la tierra.

Para la conservación de los vértices geodésicos, existe la “Ley de señales geodésicas y geofísicas” en vigor desde el 12 de marzo de 1975.

Dicha ley, entre otras cosas, dice: “...la custodia de las señales queda encomendada a los alcaldes de los términos municipales en que radiquen, los términos municipales en que radiquen, los cuales cuidarán de que no se destruyan ni se deterioren y que no se entorpezca su uso." También dicha ley regula que en los alrededores de los vértices no se edifiquen cualquier tipo de pantallas que dificulten el trabajo de topógrafos, cartógrafos y geólogos. Todo el globo terráqueo está comunicado a través de vértices geodésicos, que además se basan en un mismo sistema de coordenadas.

### V.G. 98500 - Águila

VÉRTICE GEODÉSICO = V.G. 98500 - ÁGUILA

LOCALIZACIÓN = Andalucía: Sevilla: municipio de Alcalá de Guadaíra Hoja nº 985 del Mapa Topográfico Nacional

LATITUD = 37.334843671822

LONGITUD = -5.853324190286

ALTITUD = Altitud sobre el nivel medio del mar (referida a): (BP) 95,10 m.

Ref1 = COORDENADAS GEOGRÁFICAS

Sistema de Ref.: ED50 Longitud -5º 51' 7,16630"

Latitud: 37º 20' 10,00140''

Ref2 = COORDENADAS UTM. HUSO 30

Sistema de Ref.: ED50 X UTM: 247323,320 m. Y UTM: 4136042,970 m.

### 6.2- Rutas "Castillo y Molinos"

Con esta actividad el alumnado valorará las matemáticas como parte integrante de nuestra cultura, tanto desde un punto de vista histórico como desde la perspectiva de su papel en la sociedad actual y así podrá aplicar las competencias matemáticas adquiridas para analizar y valorar fenómenos sociales como la diversidad cultural, el respeto al medio ambiente, la salud, el consumo, la igualdad de género o la convivencia pacífica.

#### RUTA DEL CASTILLO

Salimos del IES Albero en dirección al **Complejo Fortificado Medieval** de Alcalá de Guadaíra pasando por la plaza del Duque y subiendo la "cuesta del Águila" que nos lleva al **Santuario de Nuestra Señora del Águila**. Ya estamos dentro del Complejo Fortificado Medieval, concretamente, dentro de la Villa. Caminando hacia nuestra derecha, cruzamos los jardines y el estanque y dejamos el Santuario a nuestras espaldas para acceder a la **Torre Mocha**.

Nos acercaremos a la torre por uno de los dos arcos que nos permiten la entrada a ella y, una vez en su interior, podemos subir las escaleras que quedan a nuestra izquierda y que nos llevan hasta la cima de la torre para disfrutar de una gran panorámica de la ciudad.

Algunos grupos realizarán las medidas desde abajo de la torre (ángulos de elevación) y otros desde arriba (ángulos de depresión), para luego comparar los resultados.

Abandonamos la torre y nos dirigimos hacia el Santuario, deshaciendo el camino andado. Situándonos en el alminar o **torre del Santuario** descubrimos una explanada junto a la puerta principal del Santuario.
Ahora nuestros alumnos medirán la altura de la torre. En lo alto de la Torre descubrirán un Vértice Geodésico.

A continuación, seguiremos la ruta por el camino (a nuestra derecha) que baja hasta el recinto conocido como La Alcazaba. Tomamos este camino y una vez frente a la puerta, conocida como Puerta Real, comenzamos nuestra visita a este recinto. Para acceder al recinto podríamos subir la escalinata frente nosotros y entrar por la rotura en el muro pero, para hacer el recorrido original, vamos a tomar por el pasillo que encontramos a nuestra izquierda, pasillo que nos conducirá hasta el primer patio. Este es el Patio de la Sima, una amplia explanada en la que cabe destacar el pozo o sima que le da nombre y que se encuentra al fondo a la izquierda, y los restos de los baños islámicos que tenemos al fondo a la derecha.

En este recinto algunos grupos se detendrán para realizar sus mediciones con el teodolito horizontal; mientras que el resto accederán al siguiente patio situándonos bajo la **torre más grande**, pasando bajo el arco adornado con el escudo que perteneció a doña Leonor de Guzmán y medirán la altura de la torre. Entrando en el siguiente patio, nos encontraríamos a nuestros pies con tres grandes silos para guardar el grano que daban el nombre a este lugar y que actualmente están tapados. A nuestra derecha nos encontramos con los restos del muro que dividían el patio en dos y, justo enfrente, tenemos el Alcázar Real. Aquí terminan las mediciones del Complejo Fortificado Medieval.

# ACTIVIDAD DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN

## RUTA DE LOS MOLINOS

Esta ruta tiene su comienzo en la entrada a “El Bosque” junto al Puente de Carlos III. Al comienzo del camino nos encontraremos con el Molino de la Tapada , donde comenzaremos a medir la altura  y anchura de este molino.

A la izquierda  del molino nos encontramos dos caminos. Por cualquiera de los dos podemos seguir para pasear por el bosque de almeces. El escarpado por el que discurre el bosque es consecuencia de la erosión del río Guadaíra desde su nacimiento, hace un millón de años.

Al finalizar el bosque, dejamos a la derecha unas escaleras y una alberca perteneciente a la antigua huerta de la que todavía quedan naranjos agrios. Observamos una gran variedad de árboles: árbol del paraíso, álamos blancos, higueras, algarrobos... Continuamos andando y llegamos al Molino del Algarrobo junto al que un manantial de agua ha formado un estanque. Frente al molino, otro, el de la Caja, que comparte la misma azuda. Pararemos para realizar nuevas mediciones de alturas.

El paseo continúa entre eucaliptos, acacias de tres espinas, naranjos agrios, ficus, yedras...hasta la pasarela que nos conduce a la zona deportiva de San Juan. Nos adentramos en el parque de San Juan, creado sobre antiguas huertas que han sido reforestadas con numerosas especies denominados autóctonos: madroños, durillos, olivillas, romero, lavandas, quejidos, encinas, alcornoques, pinos, almeces, algarrobos, etc. en un intento de recrear el bosque original termomediterráneo y en algunas zonas más húmedas y adecuadas álamos, sauces, chopos, olmos, tarajes, etc.

Una vez que lleguemos a la zona de los merenderos, cuyas mesas están formadas por antiguas piedras de molino, frente al merendero, en la orilla contraria, nos encontramos el molino de San Juan y su casa.

Debido al gran caudal actual del río, calcularemos las distancias y alturas con la ayuda de los teodolitos (puntos inaccesibles).

Una vez realizadas las mediciones correspondientes volveremos al Centro dando por finalizada la jornada.

# ACTIVIDAD DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN

## 6.3.-Actividades de medidas

### CASTILLO DE ALCALÁ DE GUADAÍRA

Durante la reconquista de los Árabes, se construyó un gran Castillo con 2 patios y 11 torres estratégicamente situado en lo más alto de la población sobre una antigua construcción Romana, ellos bautizaron la ciudad nuevamente con el nombre de "Al Kalat Wad Aire" (El Castillo del Río Aira), y de ahí su actual nombre.

Alcalá fue conquistada por el rey Fernando III a mediados del siglo XIII, pasando a depender de la ciudad de Sevilla.

El emplazamiento originario se sitúa sobre una colina de forma alargada, rodeada al sur por una fuerte pendiente que desciende hacia el río Guadaíra. Conviene destacar la existencia de un manantial en la ladera occidental y de varias cuevas.

**Aplicación del método de Thales:**

Una vez situados en el recinto fortificado:

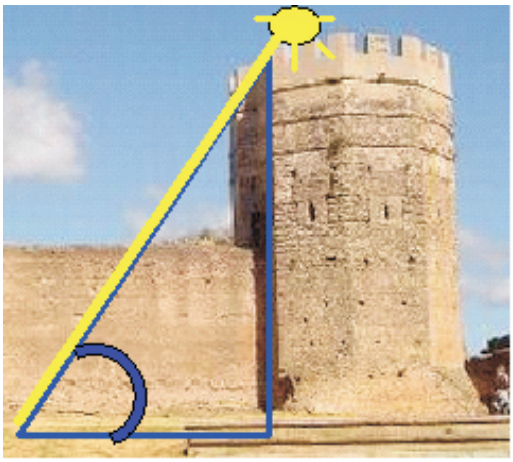
a) Mide, con una cinta métrica tu altura y la longitud de tu sombra.
b) Puesta en común: rellena la siguiente tabla correspondiente a las alturas y sombras de todos los alumnos/as de la clase:

| Nombre | Altura | Sombra | Coeficiente |
|---|---|---|---|
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

### 6.3.-Actividades de medidas

c) Mide la longitud de la sombra de la **torre Mocha**:_____m

d) Con la ayuda del valor medio del coeficiente de proporcionalidad, y el valor de la longitud de la sombra de la torre Mocha, calcula su altura.



e) Utiliza la cinta métrica para medir la altura de la torre:_____m

f) Con los datos anteriores, estatura y sombra, encuentra el ángulo de elevación del sol. Comprueba con el teodolito dicha medición

g) Estudia el error relativo de las medidas realizadas y sus posibles causas de error.

## ERMITA DEL ÁGUILA

Edificio mudéjar del s. XIV, ubicado en el interior de la muralla medieval.
Es la iglesia más antigua de Alcalá, siendo durante tiempo su única parroquia.
Se construyó sobre el solar de una antigua mezquita.
Probablemente debió ser en su inicio de una sola nave, encabezada por una capilla gótica, en cuya ubicación se conserva aun una pintura mural:

- realizada en técnica mixta de fresco y temple
- constituye uno de los mas singulares ejemplos de pintura gótica que ha llegado hasta nuestros días.

# ACTIVIDAD DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN

## Problema Torre de la Ermita:

Calcula la altura de la torre sabiendo que su sombra mide ___ m cuando los rayos del sol forman un ángulo de ___ con el suelo.

## MOLINO LA TAPADA

El mecanismo de molienda difiere del que más abunda en las riberas del Guadaíra. La Tapada está junto al río, pero no en el río.
Es un molino de cubo:

- La fuerza de la molienda procede del agua de la fuente que era traída hasta el molino por la atarjea dándole pendiente para precipitar su caída con más fuerza.
- El agua caía al interior del molino y movía las piedras que molían el trigo.
- Antes de entrar en el edificio el caudal se repartía en dos y cada parte movía una de las piedras de molienda.
- En la parte inferior, dos vanos dan salida al agua que iba a parar al río.

## Problemas del Molino La Tapada

1.-Coloca tu trípode en un punto del suelo que dista_____m de la fachada lateral del molino y desde ese punto, con el teodolito vertical observa el extremo superior del molino y mide el ángulo de elevación _____ . ¿Cuál es la altura del molino?

# ACTIVIDAD DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN

2.- Coloca tu trípode en un punto del suelo que dista_____m de la fachada principal del molino y desde ese punto, con el teodolito horizontal observa el ángulo que abarca desde el inicio de la fachada hasta el final de la acequia o atarjea del molino y anota dicho ángulo _____ . ¿Cuál es la anchura del molino con la acequia? Observación: Debéis tener cuidado con la colocación del trípode para poder formar un triangulo rectángulo.

3.-A partir de los planos del molino, adjuntados como anexo, haciendo uso de su escala, contrasta los resultados obtenidos con los reales.

## MOLINO DEL ALGARROBO

El Algarrobo es un molino de azuda.
Molino harinero musulmán que disponía de una torre para su defensa.
Tenía funciones defensivas y pertenecía en sus orígenes a la Orden de San Jerónimo.
Fue el último en dejar de funcionar a mediados del siglo XX.
Ha sido recientemente restaurado.

# ACTIVIDAD DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN

Problemas:

1.-Debes realizar las mediciones necesarias para calcular la altura del molino y posteriormente calcular la distancia entre este molino y el molino de Caja separados por la azuda. ¡Ojo! Este año, debido al cambio climático, ha llovido mucho… ¿Te servirá la cinta métrica?

2.-Con ayuda de los planos del Molino Algarrobo que se adjuntan como anexo, y haciendo uso de la escala proporcionada, obtener las medidas reales del molino y estudiar los errores cometidos.

## MOLINO DE SAN JUAN

Situado en las inmediaciones del molino de Benharosa.

Cuenta con una larga historia ya que sus orígenes se remontan a la época de la reconquista cristiana de la ciudad en 1246.

Este molino estuvo en funcionamiento hasta la mitad del siglo XX, cuando fue abandonado para pasar a otras técnicas más mecanizadas de molienda de grano.

El molino ha sido restaurado y actualmente se encuentra dentro de la Ruta de los Molinos.

**Problema**

Desde el lugar donde me encuentro, la visual del molino forma un ángulo de ___º con la horizontal. Si me acerco 5 m, el ángulo es de ___°. ¿Cuál es la altura del Molino de San Juan?

## DEBATE

Un primer debate tendrá lugar en la toma de datos, debido a la curiosidad que mostrarán los alumnos/as ante los resultados de los distintos grupos.

Posteriormente, en el aula cada grupo presentará su trabajo y su análisis de los errores cometidos. Se realizará un estudio comparativo de los resultados obtenidos con los proporcionados a través de los planos y medidas directas obtenidas en la actividad.

En este debate se analizarán las causas de los errores cometidos tanto en la realización del teodolito como la puesta en práctica de la experiencia.

Para terminar se les pedirá que valoren la experiencia del estudio conjunto de la Trigonometría y del conocimiento de nuestro Patrimonio Natural Cultural y Artístico.

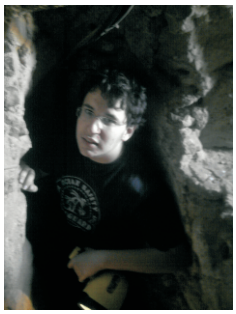
# 7

# EXPERIENCIA

# EXPERIENCIA

Una vez en el recinto fortificado nos encontramos con la sorpresa de no poder acceder a determinadas zonas por encontrarse en fase de restauración, por lo que tuvimos que limitarnos al estudio de la torre del campanario de la Ermita.

## Ermita Nuestra Señora del Águila



Previamente habíamos pedido autorización para que un grupo reducido de alumnos subieran a la torre de la ermita con objeto de tomar medidas.

El alumnado se encontró con una dificultad de grado medio para subir al campanario ya que la escalera de acceso es estrecha, oscura y de gran pendiente como se puede observar en la imagen que se muestra a la derecha.

El grado de dificultad aumento para acceder al nivel superior de la torre por la peculiaridad de la escalera, saliendo por una trampilla a una terraza pequeña a cuatro aguas de marcada pendiente.

Los alumnos/as quedaron impresionados por la gran amplitud de visión que abarcaban, ya que se divisaba por un lado hasta Sevilla, distinguiendo el puente del Quinto Centenario, del Alamillo, la Giralda,….; y por otro lado hasta la Sierra de Morón. Este comentario dio lugar a una reflexión sobre la importancia del lugar estratégico del Castillo que sirvió siempre de baluarte para su defensa. Es más, esto justifica el hallazgo de un Vértice Geodésico en la parte superior del campanario.

Esto nos llevó a proponerles un trabajo de investigación sobre los vértices geodésicos, del cual destacamos su definición y funcionalidad, así como las características del vértice encontrado.

Una dificultad fue el no poder llevar todo el material necesario al nivel superior de la torre para realizar las mediciones más exactas, como el trípode. Así como el lanzamiento de la cinta métrica por el fuerte viento que corría ese día, por lo que tuvieron que improvisar un peso que estuviera ya en la torre, y por tanto utilizaron una zapatilla que ataron por los cordones al aro del extremo de la cinta métrica.

# EXPERIENCIA

## Molinos

A diferencia de la explanada del Águila, al llegar a los molinos nos encontramos con la dificultad del desnivel del terreno, por lo que tuvieron que estudiar donde colocar el trípode. Una vez alcanzado el nivel de burbuja se dispusieron a buscar con la mira del teodolito el punto en la pared del molino donde se alcanzaba el ángulo cero. Para mantener esta posición nos ayudamos del puntero láser.

Con una cinta métrica midieron la distancia desde el teodolito hasta la base de la Torre, así como la altura desde el suelo hasta el punto 0º, vértice del ángulo recto.

En algunos casos, como en el Molino La Tapada, fue posible medir la altura real del Molino, tirando la cinta métrica.

# EXPERIENCIA

## Molinos

Para poder medir la distancia entre el Molino del Algarrobo y el Molino de Caja, un grupo de alumnos con una profesora tomaron una variante de la ruta para llegar al otro lado de la azuda, ya que ésta estaba cubierta por agua. Desde aquí se tomaron nuevas medidas.

En el Molino de San Juan siguieron el esquema de trabajo indicado en el cuadernillo. La azuda no llevaba agua, por lo que se realizaron las medidas sobre la misma y lanzaron la cinta métrica hasta el molino para realizar posteriormente el estudio de los errores cometidos.

# 8

# ANEXOS

# ANEXOS

## 8.1-ANEXO I-TEORÍA DE ERRORES.

A la hora de realizar operaciones numéricas, nos podemos encontrar con números enteros, racionales y reales no racionales (irracionales). Para mayor comodidad, podemos expresar los números racionales de forma decimal. El problema surge con los números irracionales, ya que no podemos manejarlos al tener infinitos decimales. Es por tanto necesario truncarlos para poder operar con ellos. Pero entonces ya no manejamos los números originales, sino aproximaciones. Por ello, en el resultado final se comete un error. Si a esto añadimos que muchas veces los valores con los que trabajamos provienen de mediciones, el error se va acumulando.

El objetivo de la teoría de errores es conocer el error que se comete en un resultado cuando los datos con los que se trabaja se han tomado con una aproximación dada. Y recíprocamente, averiguar la aproximación con la que hay que tomar los datos de una operación para que el error del resultado no exceda de un valor fijado inicialmente.

En la unidad de números reales tratamos la teoría de errores y realizamos distintas actividades. Nuevamente hacemos uso de esta teoría para analizar los resultados obtenidos- A continuación repasamos los conceptos básicos.

**ERROR ABSOLUTO Y RELATIVO.**

Llamaremos número exacto al que tiene un número finito de cifras.

Llamaremos número aproximado al que no es exacto y se emplea para representar a éste.

Definimos el *error absoluto* como la diferencia, en valor absoluto, de un número exacto y su aproximado.

Si A es un número exacto y A' su aproximación e=/A-A'/siendo e el error absoluto.

Diremos que la aproximación A' de un número exacto A es por defecto si

A-A'>0

Diremos que la aproximación A' de un número exacto A es por exceso si

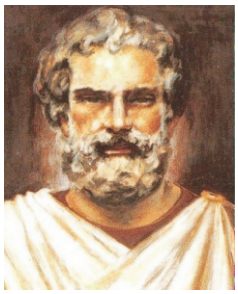
A-A'<0

Se llama *error relativo* de un número aproximado, al cociente que se obtiene de dividir el error absoluto, e, por el número exacto, a. Se denota por la letra épsilon,

$$, \qquad \frac{e}{a}$$

# ANEXOS

## 8.2-ANEXO II. TALES DE MILETO



Se le llamó Tales de Mileto (o Thales) porque vivió en la ciudad de Mileto, entre 624 a.C. - 546 a.C.

Tales era un hombre esencialmente práctico: comerciante, hábil en ingeniería, astrónomo, filósofo, estadista, geómetra. No se tiene información sobre sus escritos y su vida se conoce fraccionadamente por las referencias de otros autores.

Fue mercader en su juventud, y tuvo mucho éxito como hombre de negocios; sus tareas como mercader le llevaron a muchos países y su ingenio natural le permitió aprender las novedades que veía.

Como lo que ahora llamaríamos ingeniero, estuvo dirigiendo obras hidráulicas y se dice que desvió el curso del río Halis mediante la construcción de diques.

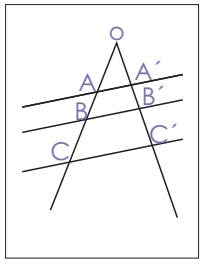
Como astrónomo fue más célebre, lo espectacular fue la predicción del eclipse solar que detuvo la batalla entre Alyattes y Cyaxares el 28 de mayo del año 585 a. de C.

Tales descubrió la constelación de la Osa Menor y recomendó a los navegantes guiarse por ella en lugar de la Osa Mayor. Fue el primero en comparar la magnitud del sol con la de la luna y encontró que ésta era 700 veces menor que el sol. También se cree que conoció el recorrido del sol de un trópico a otro. Además, explicó los eclipses de sol y de luna y delimitó las estaciones del año y asignó a éste 365 días. Sus resultados astronómicos sustituyen lo que era poco más que una elaboración de catálogos de estrellas por una ciencia auténtica.

Se ve en la figura de Tales de Mileto al Padre de la Filosofía. Fundó en Mileto una escuela de matemáticas y filosofía, llamada escuela jónica; en esta escuela aporta un enfoque diferente: racional y objetivo, para abordar los cuestionamientos a las preguntas sobre el sentido último de la existencia, que hasta ese momento sólo se habían tratado desde un enfoque mitológico. Fue uno de los "siete sabios" de la antigüedad. El mayor mérito de los sabios griegos fue el transformar la geometría al cambiar el enfoque de la misma de empírico a deductivo. Se menciona que uno de los protagonistas de esta transformación fue también Tales de Mileto, a quien se le reconocen los primeros intentos para transformar la geometría en una ciencia racional al abstraer, de las cosas perceptibles, las líneas, ángulos y superficies que las determinan.

**Teorema de Tales:** Si dos rectas r y r' se cortan por un sistema de paralelas, los segmentos determinados por los puntos de intersección sobre una de ellas son proporcionales a los determinados por los puntos correspondientes en la otra.

$$\frac{OA}{OA'} \quad \frac{OB}{OB'} \quad \frac{OC}{OC'}$$



# ANEXOS

Parte de la leyenda atribuye a Tales el uso de sus conocimientos de geometría para medir las dimensiones de las pirámides de Egipto y calcular la distancia a la costa de barcos en alta mar. Diógenes Laertes, junto con Plinio y Plutarco señalan que la medida de la altura de las pirámides se llevó a cabo a través de la determinación de la longitud de la sombra que ellas producían cuando una vara clavada verticalmente en el suelo producía una sombra igual a su altura. Para medir la distancia de los barcos en alta mar a la costa, la leyenda dice que Tales fue el primero en emplear la proporcionalidad de los lados de triángulos semejantes.

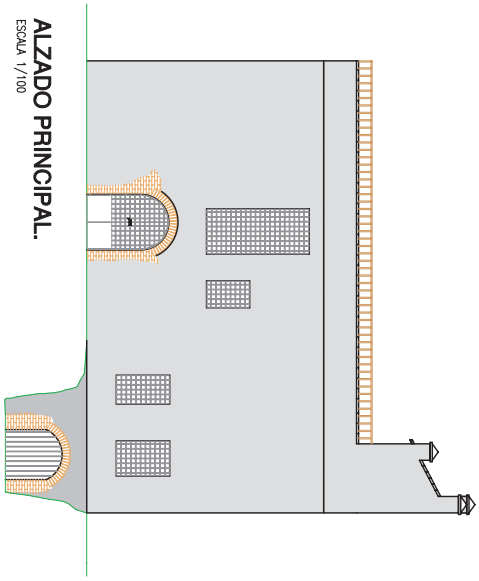
**ESCALAS**

Escala es el cociente entre cada longitud de reproducción (mapa, plano,maqueta) y la correspondiente longitud de la realidad. Es, por tanto, la razón de semejanza entre la reproducción y la realidad.

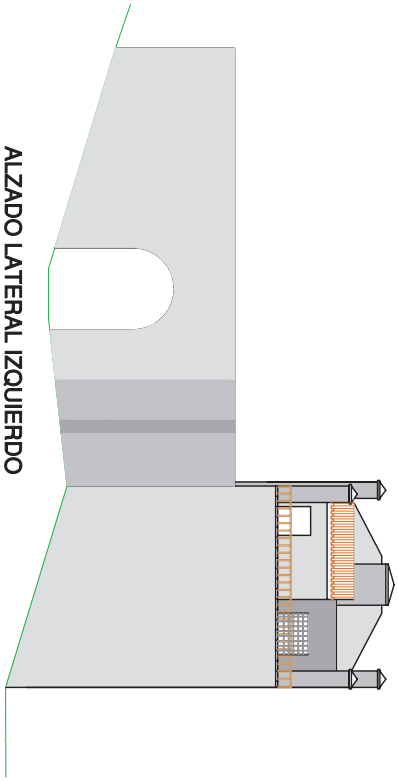
Se denota 1:a y significa que una unidad del plano corresponde a “a” unidades de la realidad.

## 8.3- ANEXO III. MOLINO LA TAPADA

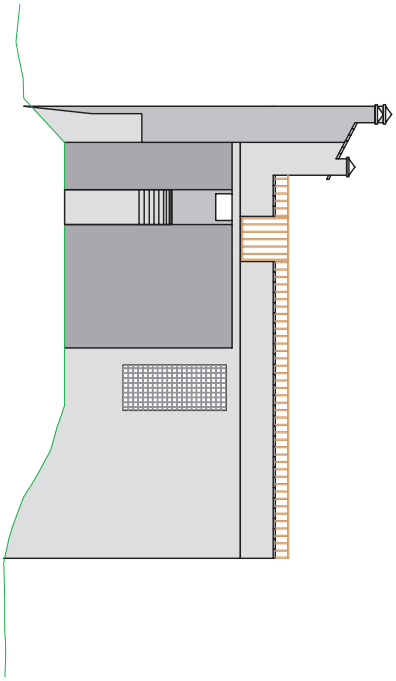
ALQUEVIR S.L. INGENIERIA URBANISMO Y MEDIO AMBIENTE



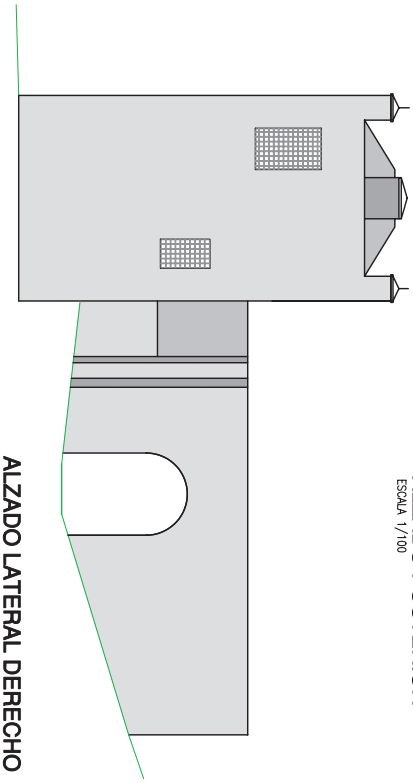
ALZADO PRINCIPAL.
ESCALA 1/100



ALZADO LATERAL IZQUIERDO
ESCALA 1/100



ALZADO POSTERIOR
ESCALA 1/100



ALZADO LATERAL DERECHO
ESCALA 1/100

EXCMO. AYUNTAMIENTO
ALCALA DE GUADAIRA (SEVILLA)

PROYECTO DE RECONSTRUCCION DEL MOLINO DE LA TAPADA
ALCALA DE GUADAIRA

SEPTIEMBRE 2.004

ALZADOS DEL MOLINO

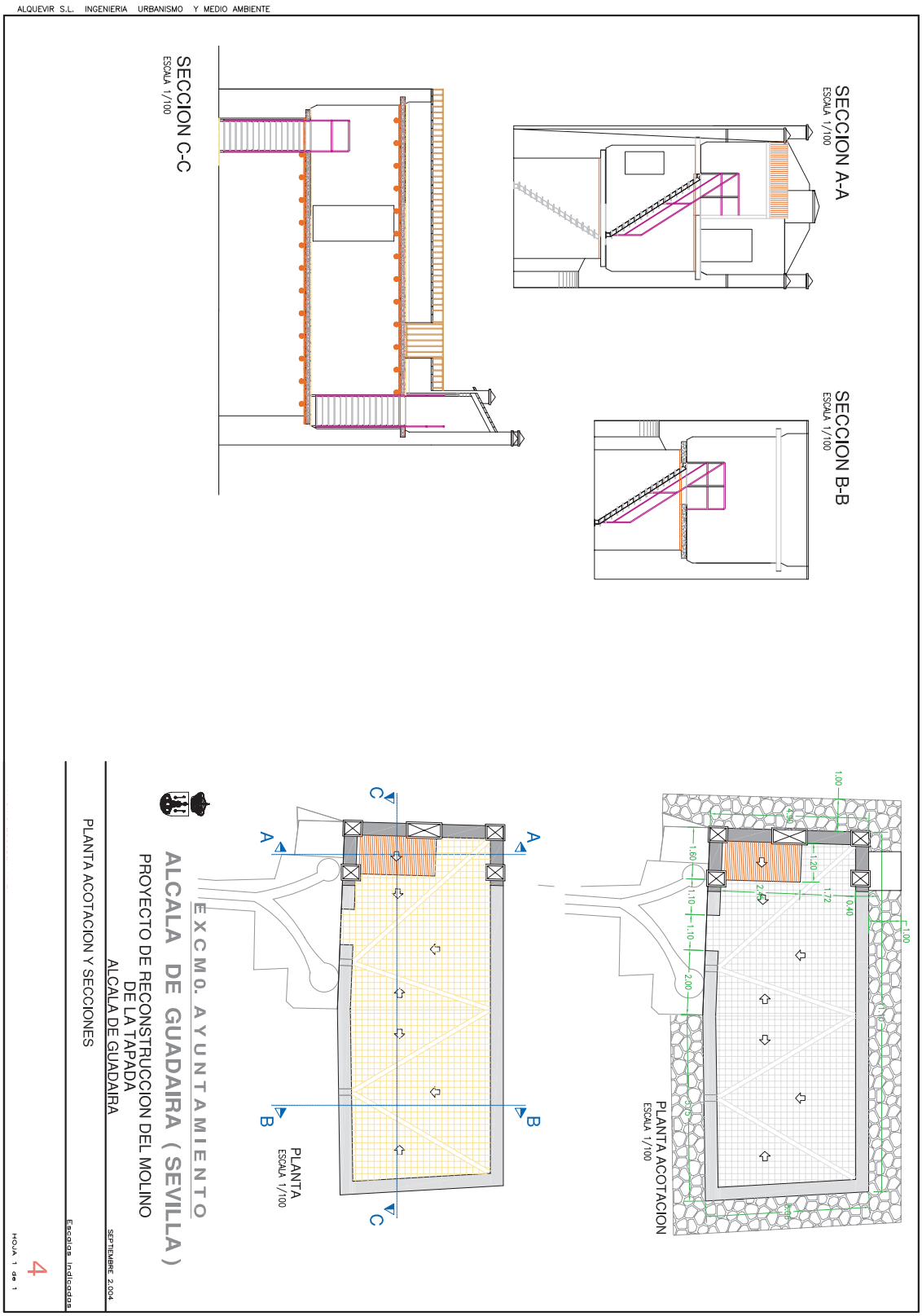
Escalas Indicadas

6

HOJA 1 de 1

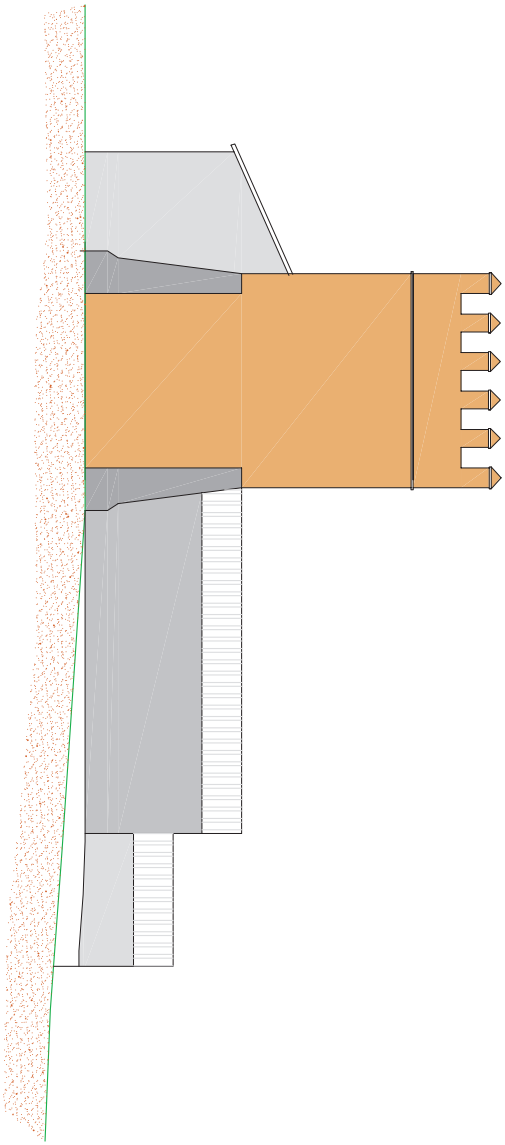
# ANEXOS

## MOLINO LA TAPADA

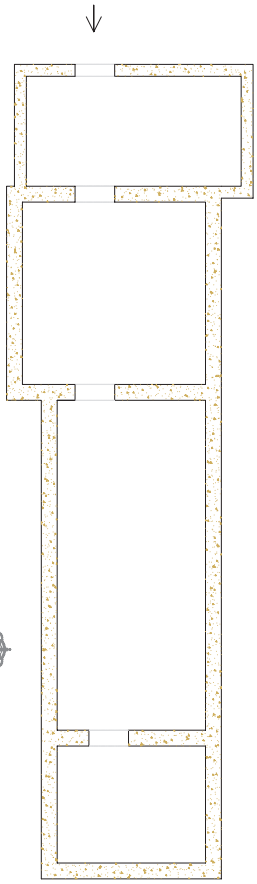


## 8.4-ANEXO IV. MOLINO EL ALGARROBO

ALQUEVIR S.L. INGENIERIA URBANISMO Y MEDIO AMBIENTE REVISION 0



ALZADO LATERAL.
ESCALA 1/100



PLANTA.
ESCALA 1/100

EXCMO. AYUNTAMIENTO
ALCALA DE GUADAIRA (SEVILLA)

PROYECTO DE ACTUACIONES EN LAS MARGENES DEL RIO GUADAIRA
TRAMO MOLINO DE LAS ACEÑAS - MOLINO DEL REALAJE

MOLINO DEL ALGARROBO

JULIO 2006 Escala: 1/100
Original UNE-A3

# BIBLIOGRAFÍA

Durán Guardeño, Antonio J. “El legado de las Matemáticas de Euclides a Newton: Los genios a través de sus libros”.Editado por la Consejería de Cultura; Universidad de Sevilla; Real Sociedad Matemática Española; SAEM Thales.

Curso de Geometría Simétrica. Aut.: Puig. Adam.

García Rivero, Francisco. Crónicas y memorias de Alcala de Guadaíra. Editado por Francisco García Rivero.2006

García Rivero, Francisco. Orígenes e Historia de Alcala de Guadaíra. Editado por Francisco García Rivero. 1978

Número 1 de la colección Cuadernos Didácticos de Patrimonio Histórico-Artístico, titulado "Alcalá de Guadaíra. Castillo Medieval", editado por el Excmo. Ayuntamiento de Alcalá de Guadaíra y la Consejería de Educación de la Junta de Andalucía y el Centro del Profesorado de Alcalá de Guadaíra.

Gandúl Olivero, Fco.José. Peculiaridades primordiales de Alcalá de Guadaíra en el siglo XX. Capítulo II. Molinos, Transporte y Panaderías.
Sevilla 1984.

Sánchez Jiménez, Fco.Javier; Fernández de la Puente Sarriá, Arturo; Llorente Geniz, Julián. Estudio histórico-técnico de los molinos hidráulicos de Alcala de Guadaíra. Introducción. Universidad de Sevilla.

PAGINAS WEB

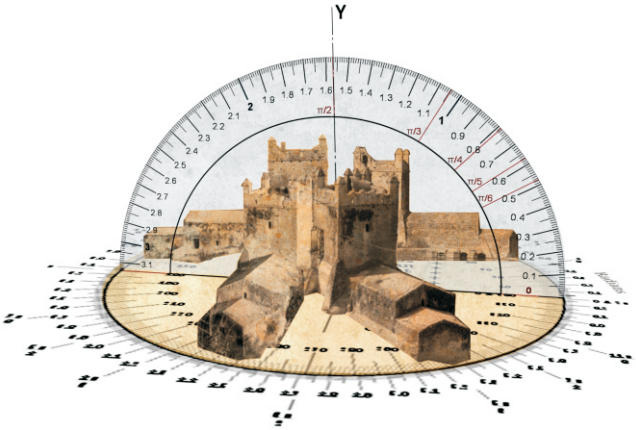
http://andalucesdealcala.blogspot.com/2010/02/los-molinos-harineros-de-alcala-de.html

http://www.ciudadalcala.org/

www.ign.es (Instituto Geográfico Nacional)

*Se terminó de maquetar el 29 de junio, día de San Pablo y se llevó a imprimir a Gráficas del Águila el día 13 de julio de 2010, festividad de San Enrique.*

# ALCALÁ VISTA DESDE LA TRIGONOMETRÍA




*Alcalá de Guadaíra vista desde la Trigonometría* es una propuesta de trabajo para alumnos y alumnas de Alcalá de Guadaíra que, junto a su profesores, puede descubrirles alguna de las aplicaciones más sugerentes y divertidas de las Matemáticas que estudian tanto en la ESO como en Bachillerato. Este cuadernillo les dirigirá hacia algunos de los tesoros de nuestro rico patrimonio local y les acercará a ellos desde un punto de visto nuevo y sorprendente, en el que saberes antiguos y procedimientos recién hallados se conjugan con construcciones milenarias.

El presente libro contiene todas las instrucciones, metodologías y orientaciones didácticas necesarias para llevar a buen término las actividades sugeridas. Asimismo, se complementa con una serie de anexos que añaden profundidad y relevancia a dichas prácticas desde perspectivas distintas: biográfica, histórica, cultural, etc.

Las autoras de la obra, profesoras del IES Albero, donde han programado y realizado las propuestas incluidas en el libro, desean que sean atractivas y reveladoras para los alumnos y profesores de su ciudad, en sintonía con los objetivos globales que Alcalá se plantea como “ciudad educadora”.

Esther Capitán – Míriam Amparo Jiménez

alcalá@educa
movilización educativa local